Ивашин А.В.

Анализ возможности исследования χ_b-частиц на ускорителе У-70.

1.Введение

Цель данной работы состоит в том, чтобы проанализировать возможность исследования χ-уровней Υ-частицы на ускорителе У-70 путем наблюдения реакций $p\bar{p} \to \chi_b \to \Upsilon(1,2S)_{\to e^+e^-} + \gamma$ и $p\bar{p} \to \chi_b \to \Upsilon(1,2S)_{\to\mu^+\mu^-} + \gamma$.

Подобные эксперименты для χ-уровней чармония уже проводились в $Fermilab$ (эксперименты $E760$, $E835$) и в $CERN$ ($R704$).

Эксперименты по исследованию уровней системы $(b\bar{b})$ представляют интерес, поскольку эти частицы до сих пор исследованы плохо, в частности полностью отсутствуют измерения полных ширин χ-уровней, не наблюдался η_b-уровень и т. д.

Интерес же к изучению связанных состояний $(c\bar{c})$ и $(b\bar{b})$ вызван тем, что кварки в них нерелятивистские, и эти системы допускают более или менее неплохое теоретическое описание, которое, тем не менее, содержит ряд утверждений , нуждающихся в экспериментальной проверке (например то, что асиптотическое поведение при $\sqrt{s} \to +\infty$ брэнчингов распадов χ_{b0}, χ_{b2}-частиц на $p\bar{p}$ определяется квадратом электромагнитного формфактора протона).

Теперь несколько слов о системе уровней $(b\bar{b})_{bound}$. Зарегистрированы уровни 1^3S_1, 2^3S_1, 3^3S_1, 4^3S_1, 1^3P_0, 1^3P_1, 1^3P_2, 2^3P_0, 2^3P_1, 2^3P_2. Предсказываются уровни (см.[6]) 1^1S_0, 2^1S_0, 3^1S_0, 1^3D_1, 1^3D_2, 1^3D_3, 2^3D_1, 2^3D_2, 2^3D_3 .

2.Оценка брэнчинга распада χ_{b2} на $p\bar{p}$.

Поскольку мы собираемся исследовать процессы $\chi_b \to \Upsilon(1,2S)_{\to e^+e^-} + \gamma$ и $\chi_b \to \Upsilon(1,2S)_{\to\mu^+\mu^-} + \gamma$, то χ_{b0} нас не интересует. Его брэнчинг на $\Upsilon\gamma$ очень мал: порядка 5%. Для сравнения у χ_{b1} и χ_{b2} он $\sim 30\%$. χ_{b1} и χ_{b2} распадаются по-разному. Поскольку момент системы двух глюонов не может быть равным 1, то χ_{b2} распадается через два глюона, а χ_{b1} через три партона (глюон и кварк-антикварковую пару). Поэтому распад χ_{b2} в некотором смысле проще (можно предположить что процесс $2g \to p\bar{p}$ аналогичен процессу $q\bar{q} \to p\bar{p}$ в реакции $e^+e^- \to p\bar{p}$).

Рождение глюонов происходит на расстояниях порядка $1/m_b \ll 1$фм, поэтому, так как энергии глюонов $1/m_b$, то они могут рассматриваться, как квазистабильные частицы, и ширина распада $\Gamma((q\bar{q})_{bound} \to p\bar{p})$ есть

$$\Gamma((q\bar{q})_{bound} \to p\bar{p}) = \Gamma_{q\bar{q}\to 2g} w_{2g\to p\bar{p}} = \Gamma_{full} w_{2g\to p\bar{p}}, \tag{1}$$

$$B(q\bar{q})_{bound} \to p\bar{p}) = w_{2g\to p\bar{p}}, \tag{2}$$

где $w_{2g\to p\bar{p}}$ зависит от массы связанного состояния s.

Рассмотрим теперь процесс $e^+e^- \to p\bar{p}$, который на элементарном уровне можно представить как $e^+e^- \to q\bar{q}$(см. рис.1, q - лёгкие кварки), где потом $q\bar{q}$ переходят в $p\bar{p}$.

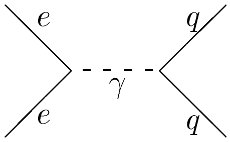

Рис.1

Матричный элемент процесса $e^+e^- \to p\bar{p}$ есть

$$M_{fi}(e^+e^- \to p\bar{p}) = M_{fi}(e^+e^- \to p\bar{p})_{point} \times f(s) \tag{3}$$

где $f(s)$ – электромагнитный формфактор протона(членом с $\sigma^{\mu\nu}$ в протонной вершине пренебрегаем). Так как s – константа, то полное сечение

$$\sigma_{e^+e^- \to p\bar{p}} = \sigma^{point}_{e^+e^- \to p\bar{p}} \times f^2(s). \tag{4}$$

При $s \gg m_p^2 \quad \sigma^{point}_{e^+e^- \to p\bar{p}} \propto \sigma_{e^+e^- \to q\bar{q}}$, то есть

$$\sigma_{e^+e^- \to p\bar{p}} = \sigma_{e^+e^- \to q\bar{q}} \times f^2(s). \tag{5}$$

Отсюда видно, что вероятность перехода двух кварков в протон и антипротон

$$w_{q\bar{q} \to p\bar{p}} \propto f^2(s). \tag{6}$$

Мы сделаем предположение, что $w_{q\bar{q} \to p\bar{p}} = w_{2g \to p\bar{p}}$, откуда получаем

$$B(q\bar{q})_{bound} \to p\bar{p}) \propto f^2_{em}(s). \tag{7}$$

Воспользуемся для $f_{em}(s)$ дипольной формулой. Получим

$$\frac{B(\chi_{b2} \to p\bar{p})}{B(\chi_{c2} \to p\bar{p})} \approx \left(\frac{M_{\chi_c}}{M_{\chi_b}}\right)^8 \tag{8}$$

$$B(\chi_{b2} \to p\bar{p}) = \left(\frac{3.5}{10}\right)^8 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-8} \tag{9}$$

В рамках рассматриваемого приближения

$$B(\chi_{b2}(1P) \to p\bar{p}) = B(\chi_{b2}(2P) \to p\bar{p}).$$

Вообще говоря в (8) стоят отношения ширин распада на $p\bar{p}$ к полным адронным ширинам, исключая межуровневые переходы , а не брэнчинги. Для χ-уровней вклад электромагнитных распадов пренебрежимо мал, а межуровневые переходы – это распады $\chi_c \to J/\psi\gamma$ и $\chi_b \to \Upsilon\gamma$. Соответствующие брэнчинги – 15% для χ_c и 20% для χ_b. Поэтому отношение брэнчингов в (8) будет примерно таким, как там написано.

3.Оценка брэнчинга распада Υ на $p\bar{p}$.

Хотя рождение Υ в $p\bar{p}$-столкновении и не представляет большого интереса, имеющиеся экспериментальные данные для чармония позволяют, предположив степенную зависимость вероятности перехода 3-х глюонов в $p\bar{p}$

$$w_{3g \to p\bar{p}} \propto \frac{1}{M^\alpha},$$

оценить показатель степени α. Эта зависимость может иметь место также и в распаде $\chi_{b1} \to p\bar{p}$, так как последняя распадается через 3 партона: $q, \bar{q}, g$.

Итак, исходим из того, что

$$B((c\bar{c})_S \to p\bar{p}) \propto \frac{1}{M^\alpha} \cdot V_{phase},$$

где B есть отношение ширины распада на $p\bar{p}$ к полной ширине Γ_1 *без учёта межуровневых переходов и лептонных распадов.* Для J/ψ B есть просто брэнчинг делённый на 0.7, а для ψ' Γ_1 можно вычислить, заметив, что в рамках нерелятивистской теории $B((c\bar{c})_S \to e^+e^-) = const$, поэтому

$$\Gamma_1(\psi') = 0.7 \cdot \frac{\Gamma(\psi' \to e^+e^-)}{B(J/\psi \to e^+e^-)}.$$

Численные значения таковы:

$$B(J/\psi \to p\bar{p}) = 3 \cdot 10^{-3} \pm 10\%,$$

$$B(\psi' \to p\bar{p}) = 2.3 \cdot 10^{-3} \pm 30\%.$$

Для α получаем соотношение:

$$1.1 \cdot \left(\frac{M(J/\psi)}{M(\psi')}\right)^\alpha = 0.77 \pm 30\%,$$

где 1.1 возникла из-за фазового объёма.

Окончательно

$$\alpha = \frac{\ln 2}{\ln(3.1/3.7)} \pm 85\% = 2 \pm 85\%.$$

Наихудший вариант соответствует $\alpha = 4$.

Если для χ_{b1} α действительно равно 4, то это приведёт к возрастанию ширины распада χ_{b1} на $p\bar{p}$ на 2 порядка по сравнению с вычисленной по дипольной формуле.

4.Оценка требуемой светимости.

Оценим сечение образования χ_{b2} в $p\bar{p}$-столкновении. Согласно формуле Брейта-Вигнера

$$\sigma = \frac{(2J+1)}{(2S_1+1)(2S_2+1)}\frac{4\pi}{s}\frac{\Gamma_{in}\Gamma_{out}}{(E-E_0)^2+\Gamma^2/4}, \tag{10}$$

где S_1, S_2 – спины протона и антипротона, J – спин резонанса.
В резонансе имеем:

$$\sigma_0 = (2J+1)\frac{4\pi}{M^2}B_{in}B_{out} \tag{11}$$

Учитывая, что $1\text{ГэВ}^{-1} = 0.2\text{фм}$ получаем для χ_{b2}:

$$\sigma_0 = 250 \times B_{\chi_{b2}\to p\bar{p}} \times B_{\chi_{b2}\to\gamma\Upsilon(1,2S)}\text{мкбн}$$

$$\sigma_0 = 250 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot 0.2 = 10^{-6}\text{мкбн} \tag{12}$$

Если мы хотим исследовать процессы

$$p\bar{p} \to \chi_b \to \Upsilon(1,2S)_{\to e^+e^-} + \gamma$$

и

$$p\bar{p} \to \chi_b \to \Upsilon(1,2S)_{\to \mu^+\mu^-} + \gamma,$$

то учитывая, что $B(\Upsilon \to (e^+e^- \text{ и } \mu^+\mu^-)) = 5\%$ получаем число событий в единицу времени:

$$N = \sigma_0\mathfrak{L} \cdot 0.05 \quad , \quad \mathfrak{L} = \frac{N}{\sigma_0 \cdot 0.05},$$

где $\mathfrak{L}$ – светимость.

Если задаться числом событий $N = 1000$ соб/год $= 10^{-4}\text{с}^{-1}$, то требуемая светимость

$$\mathfrak{L} = \frac{10^{-4}}{10^{-6}\cdot 10^{-30}\cdot 0.05} = 2\cdot 10^{33}\text{см}^{-2}\cdot\text{с}^{-1} \tag{13}$$

Если учесть, что полное сечение $p\bar{p}$ равно 50 мбн при 10 ГэВ, то полное число событий при такой светимости равно

$$N_{all} = 50 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^{33} \approx 10^8 \text{ с}^{-1} \tag{14}$$

5.Угловое и энергетическое распределение продуктов распада χ_b-частиц.

Обозначим:

p - импульс налетающего антипротона,
p_0 - импульс покоящегося протона,
p_χ - импульс χ-резонанса.

Из условия $(p+p_0)^2 = p_\chi^2 = M_\chi^2$ находим, что

$$\mathcal{E}^{\bar{p}} = \frac{M_\chi^2 - 2m_p^2}{2m_p}, \tag{15}$$

$$p_{\bar{p}} = \frac{M_\chi}{2m_p}\sqrt{M_\chi^2 - 2m_p^2}, \tag{16}$$

$$\gamma \equiv \frac{\mathcal{E}_{\bar{p}+m_p}}{M_\chi} = \frac{M_\chi}{2m_p}. \tag{17}$$

Соответствующие численные значения приведены в таблице 1.

Предположим, что распады $\chi \to \gamma + \Upsilon$ и $\Upsilon \to e^+e^-$ изотропны в системе центра масс. В случае распада $\chi \to \gamma + \Upsilon$ передача импульса Υ-частице ~ 0.8 ГэВ, значит разброс по углу Υ порядка $0.8/50$ рад $\approx 1^\circ$. Поэтому считаем, что разброса по углу у Υ нет и $\gamma_\Upsilon = \gamma_\chi$. При этом точность полученных результатов для распределения e^+e^- будет $\sim 1^\circ$.

Совершая Лоренц-преобразование от системы покоя распадной частицы к лабораторной системе, для безмассовых e^- и γ получаем распределение по $x = \cos\theta$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{2(\gamma - x\sqrt{\gamma^2-1})}. \tag{18}$$

В случае e^+e^- x^+ и x^- связаны соотношением

$$x^+ = \frac{2\gamma\sqrt{\gamma^2-1} - (2\gamma^2-1)x^-}{(2\gamma^2-1) - 2\gamma\sqrt{\gamma^2-1}x^-}. \tag{19}$$

Зависимость энергии от x:

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{c.m.}} = \frac{1}{\gamma - \sqrt{\gamma^2-1}x}, \tag{20}$$

где $\mathcal{E}_{c.m.}$ – энергия в системе центра масс. Графики функций (19) и (20) изображены на рис.2,3 для $\gamma = 5.3$.

Таблица 1.

Частица	Масса, ГэВ	Энергия $\bar{p}$, ГэВ	Импульс $\bar{p}$, ГэВ	γ-фактор
$\chi_{b1}(1P)$	9.892	51.205	51.672	5.271
$\chi_{b2}(1P)$	9.913	51.426	51.893	5.282
$\chi_{b1}(2P)$	10.255	55.102	55.569	5.465
$\chi_{b2}(2P)$	10.269	55.255	55.722	5.472

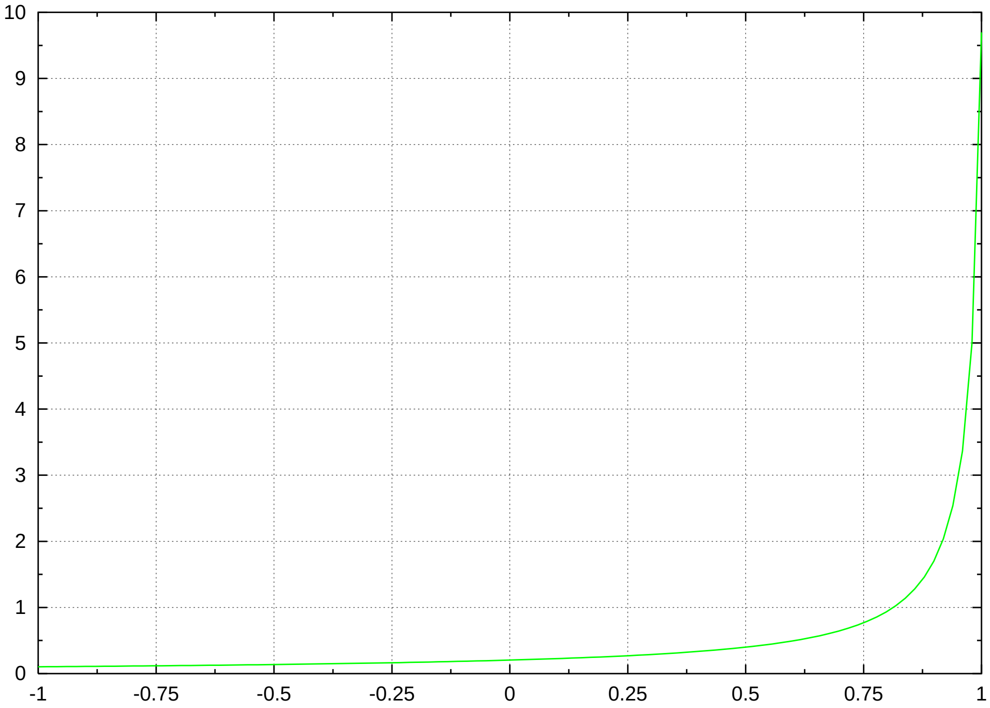

Рис.2: зависимость $\frac{\mathcal{E}(x)}{\mathcal{E}_{c.m.}}$

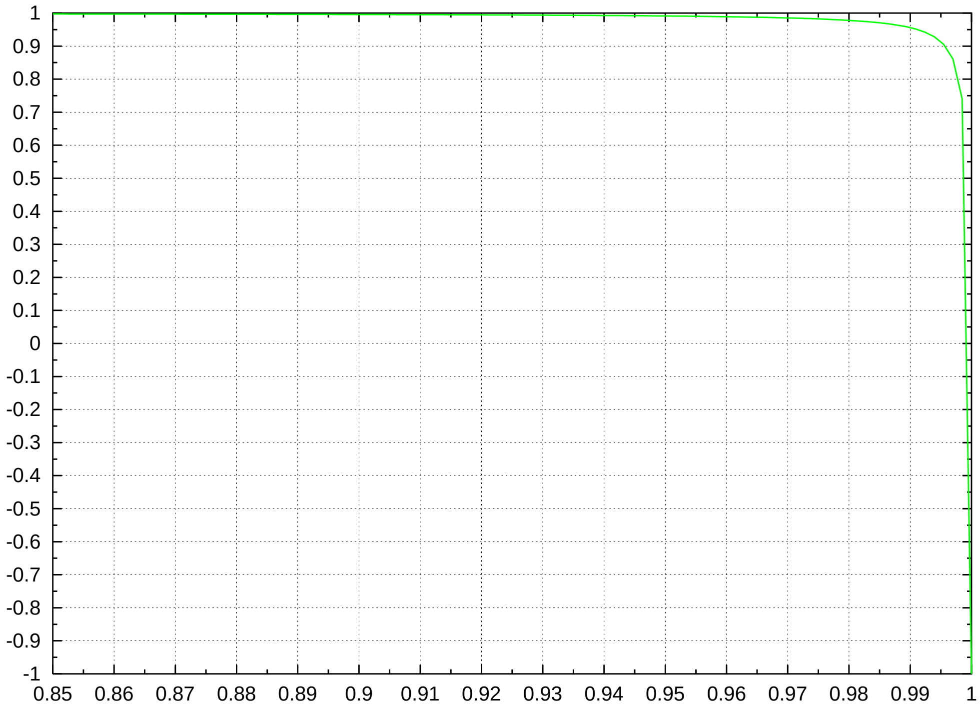

Рис.3: зависимость $x^{+}(x^{-})$.

Возьмём $\gamma = 5.3$. Пусть $\theta_{min} = 5^\circ$, тогда для лептонов $\theta_{max} = f^+(\theta_{min}) = 35^\circ$ (из-за того, что должны регистрироваться как e^+, так и e^-), а для γ-кванта возьмём $\theta_{max} = \pi/2$. При этом $x \in [0.886; 0.996]$ для лептонов, и $x \in [0; 0.996]$ для γ-кванта.

Эффективность по e^+e^- равна

$$f_e = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dw}{dx}\, dx = \frac{1}{2\sqrt{\gamma^2-1}} \frac{1}{\gamma - \sqrt{\gamma^2-1}} \Big|_{x_{min}}^{x_{max}} \approx 0.7 = 70\%.$$

Для γ-кванта получаем $f_\gamma \approx 85\%$. Общая геометрическая эффективность равна $f_{all} = f_e f_\gamma \approx 60\%$.

Минимальная энергия γ-кванта:

160 МэВ - при $x_{min} = 0$ $(f_{all} = 60\%)$,
300 МэВ - при $x_{min} = 0.5$ $(f_{all} = 57\%)$,
800 МэВ - при $x_{min} = 0.8$ $(f_{all} = 53\%)$.

Минимальная энергия электрона ≈ 7 ГэВ.

6.Распределение по множественности.

Пусть в результате столкновения антипротона и протона образовалось N частиц. Мы предположим для простоты, что распределения по полярному углу каждой из частиц одинаковы и независимы. Тогда вероятность обнаружить n частиц равна $C_N^n p^n (1-p)^{N-n}$, где p - вероятность обнаружения частицы при $N = 1$ (эффективность установки). Среднее значение зарегистрированных частиц равно Np.

Пусть вероятность рождения N частиц в протон-антипротонном столкновении даётся распределением Пуассона, тогда вероятность обнаружить n частиц:

$$p_n = \sum_N p(n|N)p(N) = \sum_{N=n}^{\infty} C_N^n p^n (1-p)^{N-n} \frac{\bar{N}^N}{N!} e^{-\bar{N}} =$$
$$= p^n \bar{N}^n e^{-\bar{N}} \sum_{N=n}^{\infty} \frac{(1-p)^{N-n}}{N!} C_N^n = \frac{(p\bar{N})^n}{n!} e^{-p\bar{N}} \qquad (21)$$

– снова распределение Пуассона.

Распределение одной частиццы по поперечному импульсу неплохо описывается формулой

$$f_t(p_t) = 36 p_t e^{-6p_t}, \qquad (22)$$

где p_t – поперечный импульс в ГэВ-ах. Распределение по $x \equiv p_L/p$ в системе центра масс (p – импульс пучка, p_L – продольный импульс частицы) при $|x| \le 0.7$ можно описать следующей формулой:

$$f_L(x) = 4e^{-8|x|}. \qquad (23)$$

Если принять в нулевом приближении, что p_t и x независимы, то

$$f_{xt}(x, p_t) = f_t f_x = 144 p_t e^{-8|x|-6p_t}. \tag{24}$$

Отсюда можно получить распределение по $\cos\theta$ в лабораторной системе следующим образом:
1. Разбить интервал $(-1; 1)$ на N интервалов, каждому интервалу сопоставить переменную.
2. Ввести сетку на плоскости (x, p_t).
3. Для каждого узла сетки:
   1. Совершить преобразование Лоренца и вычислить $\cos\theta$ в л-системе.
   2. Увеличить на $f_{xt}(x, p_t)$ значение переменной в том интервале интервала $(-1; 1)$, куда попал $\cos\theta$.

После этого можно вычислить вероятность регистрации частицы в пределах $\theta \in (5°; 35°)$ ($\cos\theta_{lab} \in (0.886; 0.996)$). Вычисления дают (для $\pi^{\pm}$): вероятность регистрации $p \approx 40\%$, средняя энергия в ц-системе ~ 1 ГэВ. Для получения достоверных результатов необходимо попадание по крайней мере нескольких точек в каждый интервал, f_{xt} должна мало меняться за шаг сетки, ширина интервала должна быть $\ll \Delta x$, где Δx – интервал, для которого ищется вероятность. Соответствующая программа приведена в приложении 1. Распределение по $\cos\theta_{lab}$ – на рис.4.

Средняя множественность (см.[1]) в $p\bar{p}$-столкновении при $\sqrt{s} = 10$ ГэВ равна $\bar{N} = 5$. Отсюда $p\bar{N} = 2$, и используя (21) получаем

$$w_n = \frac{2^n e^{-2}}{n!}, \tag{25}$$

где w_n – вероятность зарегистрировать n частиц. Численные значения таковы:

$w_0 = 13.5\%, \quad w_2 = 27.0\%,$
$w_1 = 27.0\%, \quad w_3 = 18.0\%.$

Поэтому, если настроить триггер первого уровня на отбор трёхчастичных событий, то можно добиться подавления фона ~ 5. Конечно, всё это верно, если пренебречь множественными столкновениями.

Выше было получено ограничение снизу на светимость – $2{\cdot}10^{33}$ см$^{-2}{\cdot}$с$^{-1}$. Однако частота столкновений 100 МГц слишком велика. Мы возьмём более реалистичное число – 30 МГц, что соответствует одному столкновению за 30 нс ($\mathcal{L} = 6 \cdot 10^{32}$ см$^{-2}{\cdot}$с$^{-1}$). С учётом всех потерь это приведет к регистрации ~ 10 событий распада χ_{b2} за год. Однако зависимость формфактора $\propto 1/M^8$ не более чем правдоподобное предположение, а для χ_{b1}

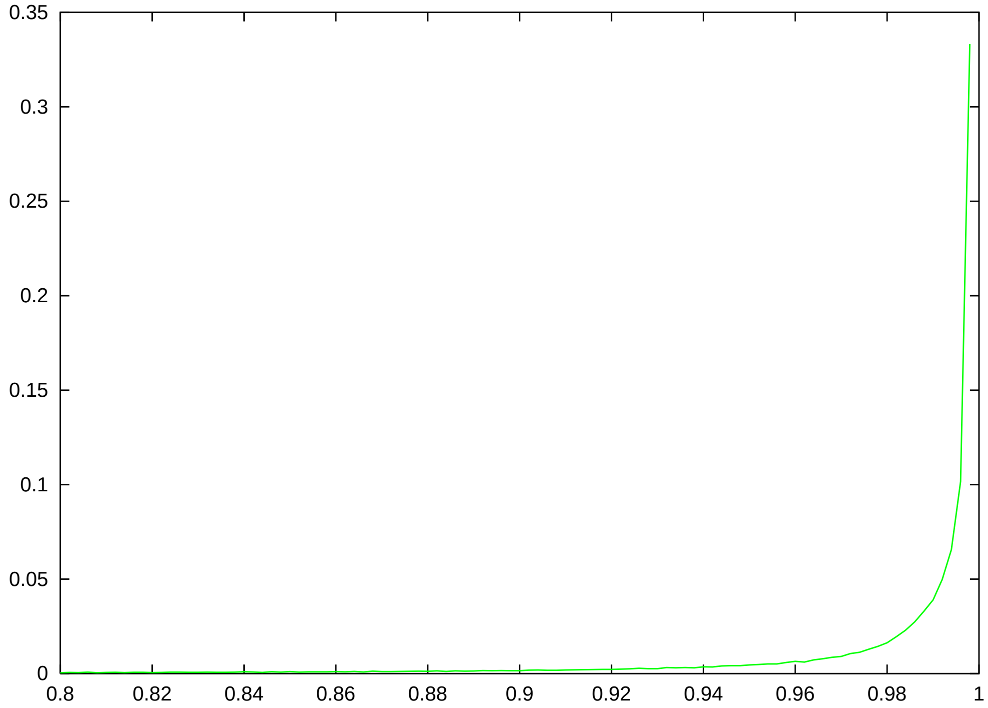

Рис.4: распределение по $\cos\theta_{lab}$ инклюзивной частицы

в $p\bar{p}$-столкновении.

есть основания предполагать зависимость $\propto 1/M^4$ (см. раздел 3), что приведёт к возрастанию соответствующего сечения на 2 порядка.

Наиболее быстрые пластические сцинтилляторы высвечиваются за время < 3 нс. Поэтому, если организовать триггер первого уровня с отбором 3-х частиц, сигналы от которых совпадают в пределах 3-х нс, то вероятность того, что за эти 3 нс произойдёт ещё несколько столкновений равна $1 - e^{-0.1} = 10\%$, то есть предположение об отсутствии множественных столкновений в принципе оправдывается.

Дальнейшее подавление (время 150 нс/соб слишком мало для сбора данных) можно достичь организуя триггер второго уровня на основе детектора переходного излучения (TRD) для идентификации электронов и сцинтилляционных счётчиков, расположенных за слоем железа (~ 1 м, для поглощения адронов), для идентификации мюонов.

7.Гипотетическая установка.

С учётом всего вышесказанного можно в общих чертах представить требуемую установку. Она показана на рис.5.

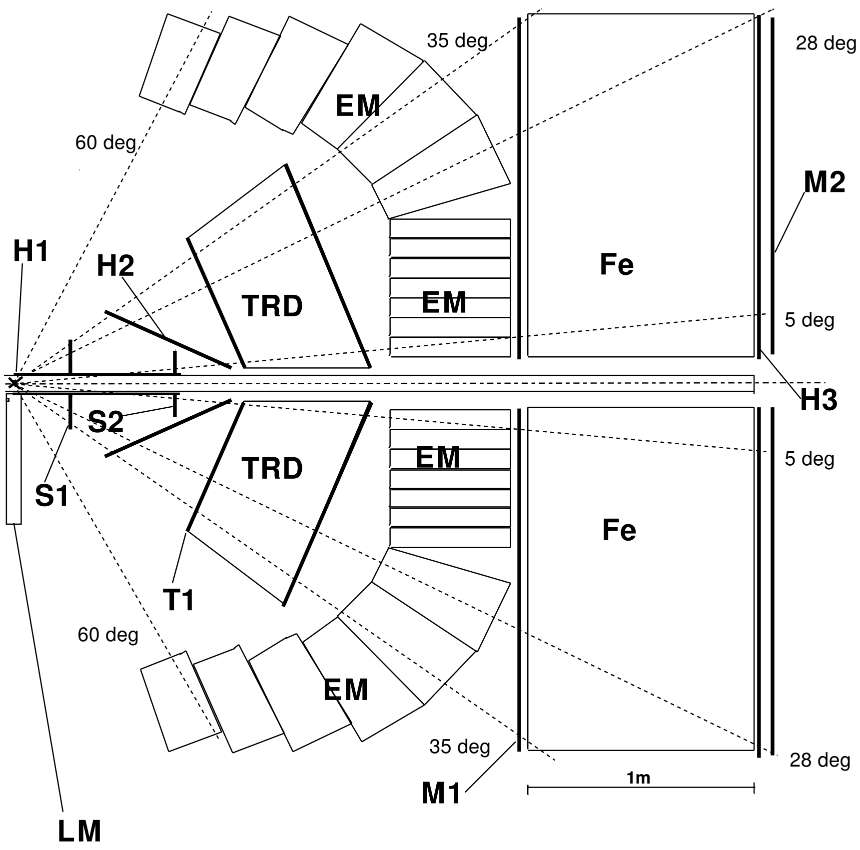

Рис.5.

Обозначения:

H1 , H2 , H3	– сцинтилляционные годоскопы.
Fe	– намагниченное железо.
TRD	– детектор переходного излучения.
T1	– трековый детектор.
S1 , S2	– кремниевые трековые детекторы.
M1 , M2	– мюонные детекторы.
EM	– электромагнитный калориметр.
LM	– монитор светимости.

Работа этой установки должна происходить следующим образом. Должен быть построен антипротонный аккумулятор на низкую энергию $\sim$ 1 ГэВ, который будет накапливать и охлаждать антипротоны, возникающие от удара по фиксированной мишени протонным пучком У-70. После того, как накопилось достаточное число антипротонов, они инжектируются в кольцо У-70 и разгоняются до энергии ~ 50 ГэВ. Установка монтируется непосредственно в прямолинейном промежутке У-70, который имеет длину ≈ 3.7 м. Диаметр камеры ускорителя – 13 см, расстояние от центра камеры до пола – 2.15 м, расстояние от пола до потолка – 4.0 м. Взаимодействия происходят непосредственно в камере ускорителя на водородной газоструйной мишени.

При частоте столкновений 30 МГц время жизни антипротонного пучка, содержащего $\sim 10^{13}$ антипротонов всего ~ 100 часов, что предъявляет весьма жесткие требования к скорости накопления антипротонов.

Распады χ-частиц предполагается идентифицировать вычислением $\sqrt{s}$ для всех подозрительных распадов, проверкой соотношений (19) и (20). Энергия мюонов измеряется по отклонению в намагниченном железе, энергия электронов и γ-квантов – в электромагнитном калориметре.

Мониторирование светимости может осуществляться также, как и в эксперименте $E760$ (см. [3]), путём регистрации протонов отдачи упругого канала $p\bar{p}$ под большим ($\sim 90^\circ$) углом к оси установки.

Литература:

1.C.Caso et al., The European Physical Journal, **C3**, 1, 1998, "Review of Particle Physics".

2.А.И.Вайнштейн, М.В.Волошин, УФН, **123**, 217–255, 1977, "Чармоний и квантовая хромодинамика".

3.T.A.Armstrong et al.(E760 collaboration), Fermilab preprint Pub-91/213-E, "Study of the χ_{c1} and χ_{c2} charmonium states formed in $\bar{p}p$ annihilations".

4.T.A.Armstrong et al.(E760 collaboration), Fermilab preprint Pub-91/299-E, "Precision measurements of charmonium states formed in $\bar{p}p$ annihilation".

5.P.D.B.Collins, A.D.Martin, "Hadron Interactions", *Adam Hilger ltd, Bristol, 1984.*

6.D.Ebert, R.N.Faustov, V.O.Galkin, hep-ph/0110190.

Приложение 1.

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
int main()
{
int i;
}
```